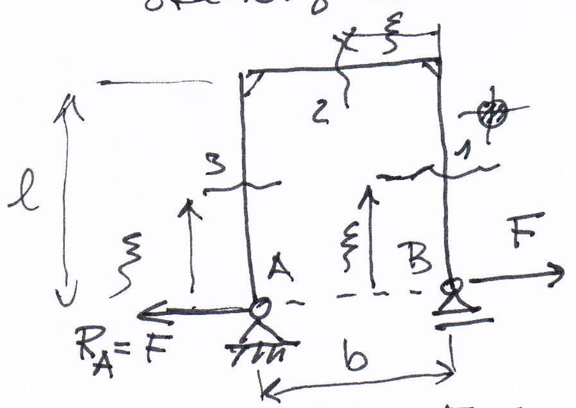
Vnitřní statické účinky – pouze v ~~konzolách~~ dlouhých štíhlých tyčích, ať už přímých nebo zakřivených, v rámech, obloucích ap.

1) určíme reakce v uloženích (vazbách) pokud je úloha staticky určitá = pokud lze stanovit reakce z podmínek rovnováhy konstrukce
2) Pokud je úloha staticky neurčitá, stanovíme deformační podmínky, nebo podmínky minima deformační energie
3) Metodou myšleného řezu určíme vnitřní síly. Pokud nelze určit vnitřní účinky z podmínek rovnováhy, pak je nutné přidat další podmínky – většinou podmínky pro minimum deformační energie

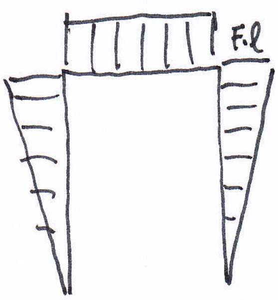
Staticky určitá konstrukce – určíme posuv bodu B

$$u_B = \frac{\partial U}{\partial F}$$



Konstrukce je namáhána na ohyb

$$U = \sum_{i=1}^{3} \int_{(l_i)} \frac{M_i^2(\xi)\,d\xi}{2EJ_y}$$



$M_1(\xi) = F \cdot \xi$

$M_2(\xi) = F \cdot l$

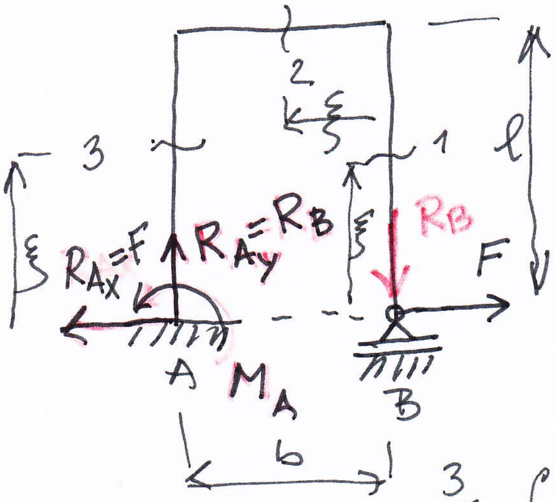
$M_3(\xi) = F \cdot \xi$

$\frac{\partial M_i}{\partial F}$	meze
ξ	$0, l$
l	$0, b$
ξ	$0, l$

$$u_B = \frac{1}{EJ}\int_0^b F l^2\,d\xi + \frac{2}{EJ}\int_0^l F\xi^2\,d\xi$$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Staticky neurčitá konstrukce



V bodě B vzniká staticky neurčitá reakce R_B $\Rightarrow$ $\frac{\partial U}{\partial R_B}=0$ (podmínka minima)

V bodě A má reakce dvě složky: svislá složka $R_{Ay}=R_B$ a vodorovná složka $R_{Ax}=F$ a působí zde i moment $M_A=R_B\cdot b$

Ověř $U=\sum_{i=1}^{3}\int_{(l_i)}\frac{M_i^2(\xi)\,d\xi}{2EJ}$ $\qquad \frac{\partial U}{\partial R_B}=\sum_{i=1}^{3}\int_{(l_i)}\frac{M_i(\xi)}{EJ}\cdot\frac{\partial M_i}{\partial R_B}\cdot d\xi$

	$\frac{\partial M_i}{\partial R_B}$	meze	$\frac{\partial M_i}{\partial F}$
$M_1(\xi)=F\cdot\xi$	0	$0,l$	ξ
$M_2(\xi)=F\cdot l-R_B\cdot\xi$	$-\xi$	$0,b$	l
$M_3(\xi)=F\cdot\xi-R_B\cdot b$	$-b$	$0,l$	ξ

$$\frac{\partial U}{\partial R_B}=\frac{1}{EJ}\int_0^b(Fl-R_B\cdot\xi)\cdot(-\xi)\,d\xi+\frac{1}{EJ}\int_0^l(F\xi-R_B\cdot b)(-b)\,d\xi=0$$

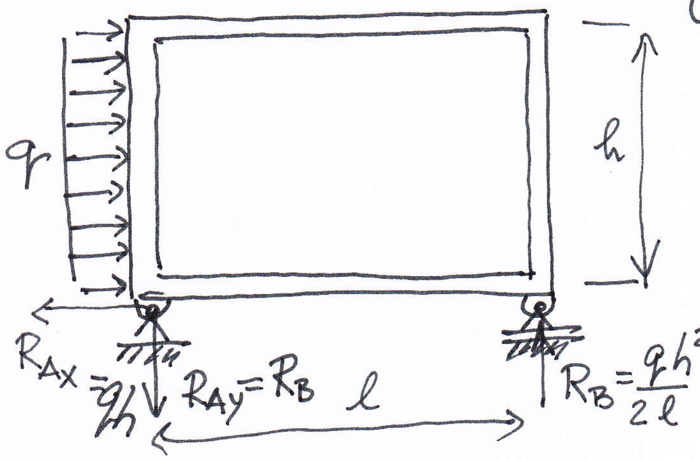
$$-Fl\frac{b^2}{2}+R_B\cdot\frac{b^3}{3}-Fb\frac{l^2}{2}+R_B b^2 l=0\Rightarrow R_B$$

Posun bodu B $\quad u_B=\frac{\partial U}{\partial F}=\sum_{i=1}^{3}\int_{(l_i)}\frac{M_i(\xi)}{EJ}\cdot\frac{\partial M_i}{\partial F}\,d\xi=$

$$=\frac{1}{EJ}\int_0^l F\xi^2\,d\xi+\frac{1}{EJ}\int_0^b(Fl-R_B\cdot\xi)\cdot l\,d\xi+\frac{1}{EJ}\int_0^l(F\xi-R_B\cdot b)\xi\,d\xi$$

Integrujeme a dosadíme za R_B z první rovnice

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



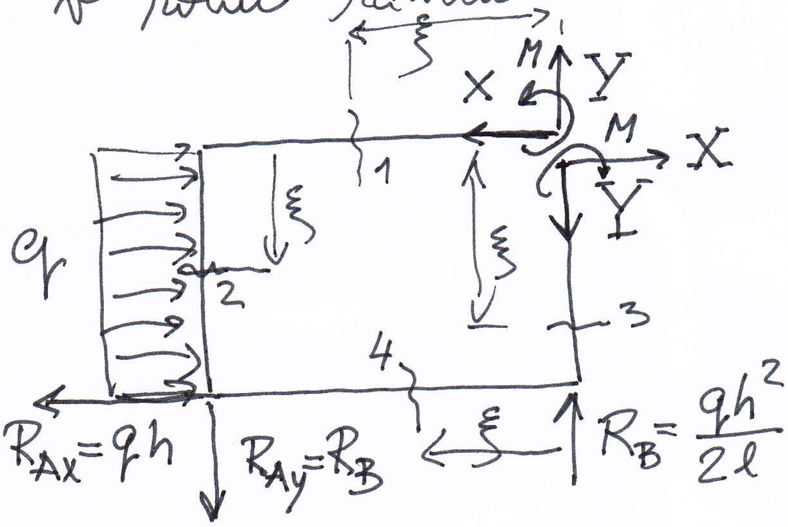
Uzavřený rám – rovinná konstrukce zatížená silami působícími v této rovině. V průřezu rámu působí síla, kterou rozložíme na dvě složky a moment v rovině rámu, který rám ohýbá. Vnitřní síly tedy představují tři neznámé, které nelze určit z podmínek rovnováhy – úloha je 3x staticky neurčitá. Vedeme vhodně myšlený řez – nejlépe v rohu rámu.

Podmínky pro min. def. en.:

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial M} = 0$$



$$M_1(\xi) = M + Y \cdot \xi$$

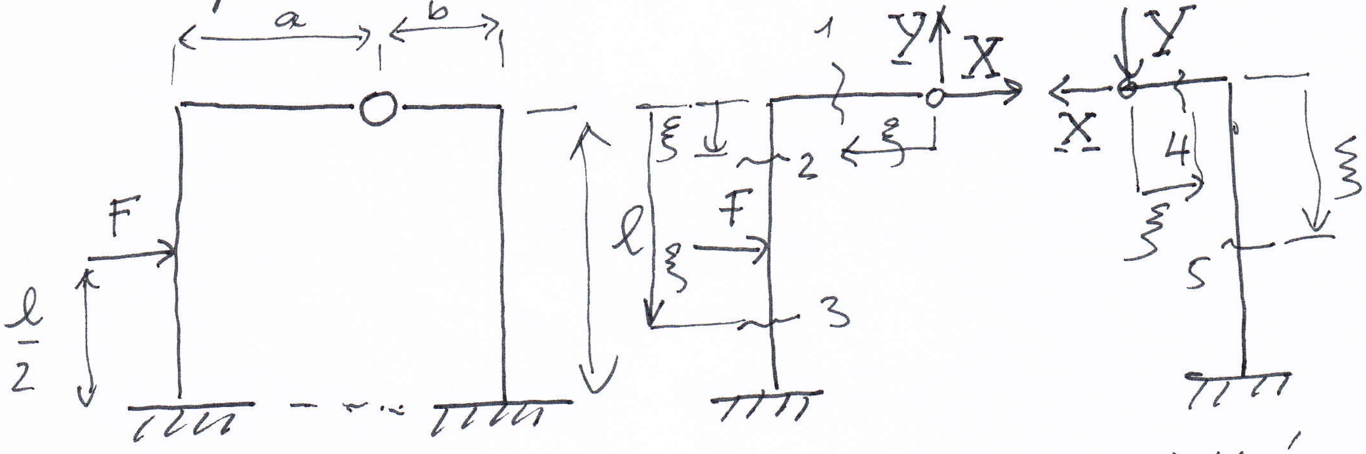
$$M_2(\xi) = M + Y \cdot l + X \cdot \xi - \frac{q\xi^2}{2}$$

$$M_3(\xi) = M + X \cdot \xi$$

$$M_4(\xi) = M + X \cdot h + \left(Y - \frac{qh^2}{2l}\right) \cdot \xi$$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pokud je v konstrukci kloub, vedeme myšlený řez v tomto místě – v kloubu se nepřenáší moment



Úloha je dvakrát staticky neurčitá

Podmínky pro minimum deform. energ.:

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0 \qquad \frac{\partial U}{\partial Y} = 0$$

$$M_1(\xi) = Y \cdot \xi$$

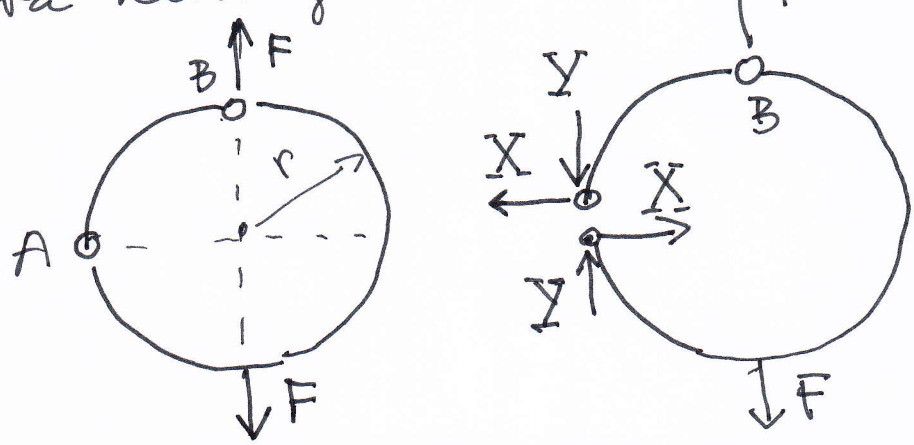
$$M_2(\xi) = X \cdot \xi - Y \cdot a$$

$$M_3(\xi) = X \cdot \xi - Y \cdot a + F \cdot \left(\xi - \frac{l}{2}\right)$$

$$M_4(\xi) = Y \cdot \xi$$

$$M_5(\xi) = Y \cdot b + X \cdot \xi$$

Dva klouby:



moment. podm. k bodu B

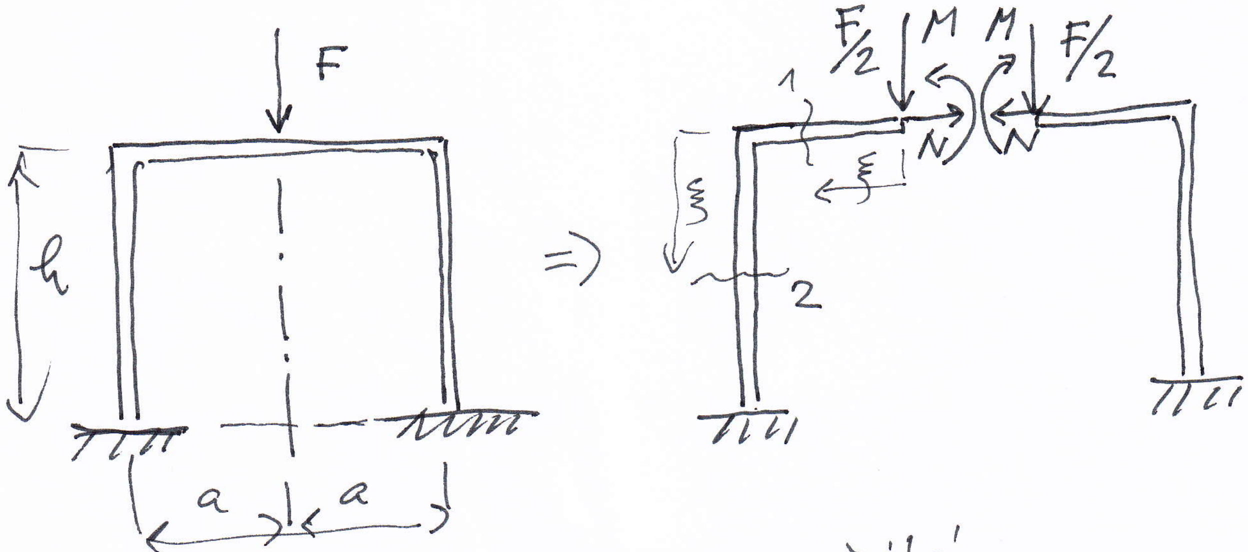
$$X \cdot r - Y \cdot r = 0$$

$$\Rightarrow X = Y$$

úloha 1× staticky neurč.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Konstrukce je symetrická $\Rightarrow$ myšlený řez vedeme na ose symetrie – příčná síla je zde rovna nule (antisymetrická vnitřní síla)



Úloha je 2x staticky neurčitá

podmínky pro min. def. en.

$$\frac{\partial U}{\partial N} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial M} = 0$$

$$U = 2\,U_{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

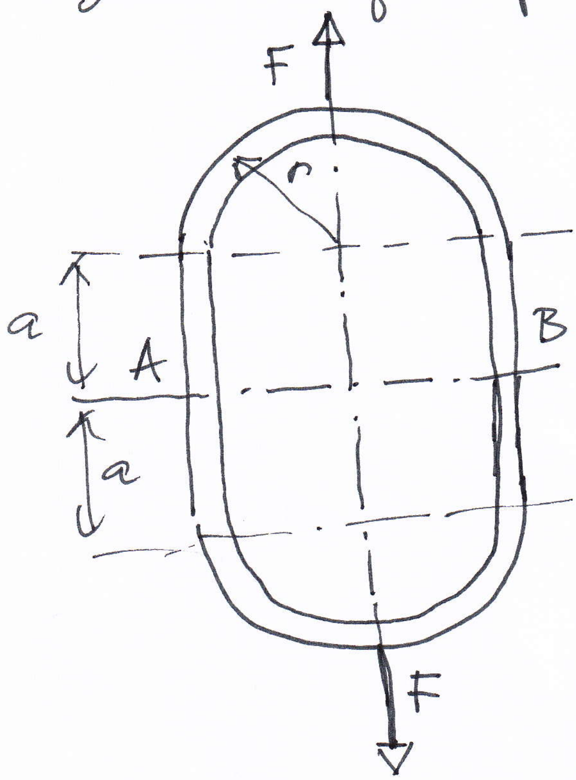
		$\frac{\partial M_i}{\partial M}$	$\frac{\partial M_i}{\partial N}$
$M_1(\xi) =$	$M - \frac{F}{2}\cdot\xi$	1	0
$M_2(\xi) =$	$M - \frac{F}{2}\cdot a - N\cdot\xi$	1	$-\xi$

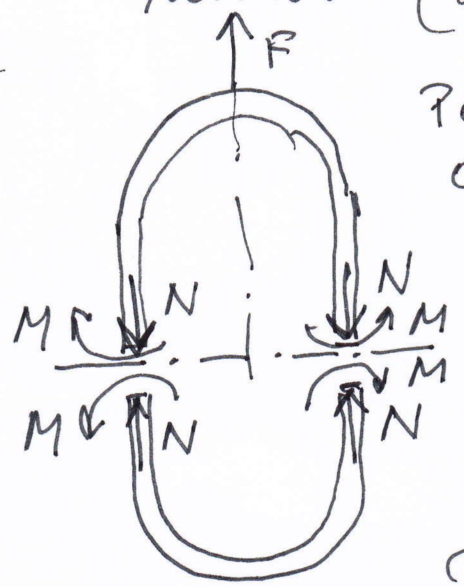
$$\frac{\partial U}{\partial M} = \frac{2}{EJ}\int_0^a \left(M - \frac{F}{2}\cdot\xi\right)\cdot 1\cdot d\xi + \frac{2}{EJ}\int_0^h \left(M - \frac{F}{2}\cdot a - N\xi\right)\cdot 1\cdot d\xi = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial N} = \frac{2}{EJ}\int_0^a \left(M - \frac{F}{2}\cdot\xi\right)\cdot \cancel{0}\, d\xi + \frac{2}{EJ}\int_0^h \left(M - \frac{F}{2}\cdot a - N\xi\right)(-\xi)\, d\xi = 0$$

$$\Rightarrow M, N$$

Dvě osy symetrie: vedeme myšlené řezy v bodech A a B – v těchto bodech budou vnitřní síly symetrické podle svislé osy a příčné síly jsou zde nulové (osa symetrie AB)





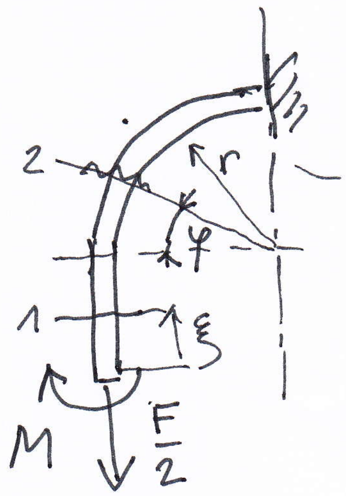
Podmínka rovnováhy oddělené části

$$\uparrow \; F - 2N = 0$$

$$N = \frac{F}{2}$$

$\Rightarrow$ úloha je $1\times$ stat. neurč.

stat. neurč. je moment: $\dfrac{\partial U}{\partial M} = 0$



$$U = 4\,U_{\left(\frac{1}{4}\right)}$$

$$M_1(\xi) = M$$

$$M_2(\varphi) = M - \frac{F}{2} r (1 - \cos\varphi)$$

$$\frac{\partial U}{\partial M} = \frac{4}{EJ}\left\{ \int_0^a M \, d\xi + \int_0^{\pi/2} \left(M - \frac{F}{2} r (1-\cos\varphi)\right) r \, d\varphi \right\} = 0$$

$$\Rightarrow M$$