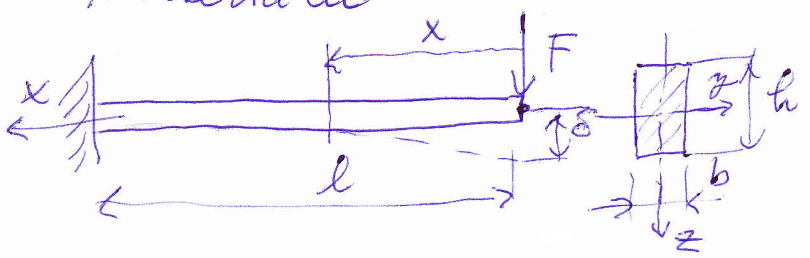
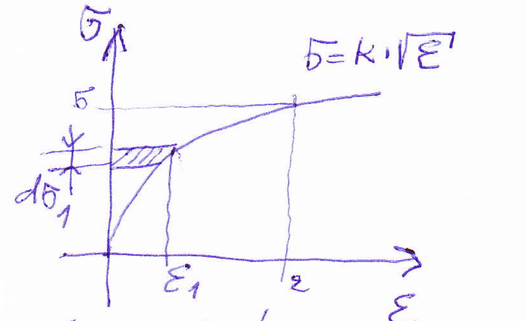
Výpočet deformace nosníku z nelineárně elastického materiálu





K výpočtu průhybu pod silou je nutné použít 1. castigl. větu $\delta = \frac{\partial U^*}{\partial F}$, kde U^* je doplňková deformační energie

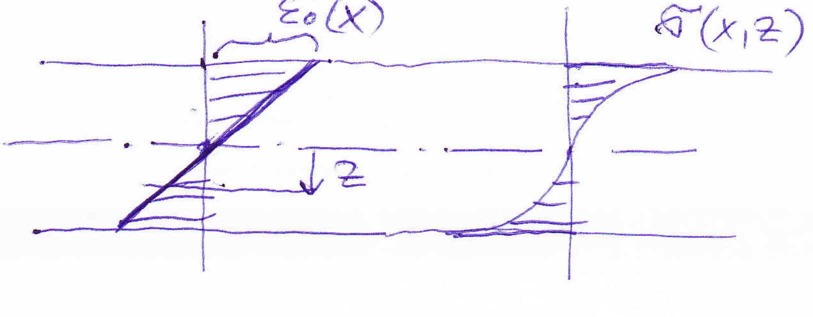
Hustota doplňk. def. en. (viz graf $\sigma - \varepsilon$) $\lambda^* = \int_0^{\sigma} \varepsilon_1 \, d\sigma_1 = \int_0^{\sigma} \frac{\sigma_1^2}{k^2} \, d\sigma_1 = \frac{\sigma^3}{3k^2}$

Celková doplňková deformační energie

$$U^* = \int_{(V)} \lambda^* \, dV$$

Je nutné stanovit λ^* jakožto fci souřadnic, tedy stanovit $\sigma = \sigma(x,y,z)$ a rovněž stanovit jak závisí σ na zatěžující síle F.

Předpokládáme, že i v tomto případě platí Bernoulliho hypotéza, že příčné průřezy nosníku zůstanou po deformaci rovinné – t.zn., že prodloužení jednotlivých vláken lineárně roste od středu průřezu. V místě x:



$$\varepsilon(x,z) = \varepsilon_0(x) \cdot \frac{z}{h/2}$$

$\varepsilon_0(x)$ je prodloužení krajního vlákna v místě x, které zatím neznáme.

Dosadíme do vztahu pro napětí

$$\sigma(\cancel{x},z) = k \cdot \sqrt{\frac{2\,\varepsilon_0(x)}{h} \cdot z}$$

Musí platit, že moment vnitřních sil

$$M_i(\cancel{x}) = \int_{(S)} \sigma(x,z) \cdot z \, dS$$

v místě x je stejný jako moment vnějších sil $M_e(x) = F \cdot x$

Z této podmínky určíme $\varepsilon_0(x)$:

Předpokládejme, že materiál má stejný diagram v tlaku. $\Rightarrow$

$$M_i(x) = 2k \cdot \sqrt{\frac{2\varepsilon_0(x)}{h}} \int_0^{h/2} z^{\frac{3}{2}}\, b \, dz = \frac{1}{5} \cdot k \cdot b h^2 \cdot \sqrt{\varepsilon_0(x)}$$

z podm. rov.

$$\frac{1}{5} k\, b h^2 \sqrt{\varepsilon_0(x)} = F \cdot x,$$

$$\varepsilon_0(x) = \frac{25\, F^2 x^2}{k^2 b^2 h^4}$$

Dosadíme do vztahu pro $\sigma(x,z)$

$$\sigma(x,z) = \frac{5 \cdot \sqrt{2}\; F \cdot x \cdot z^{\frac{1}{2}}}{b\, h^{5/2}}$$

$$\lambda^* = \frac{1}{3k^2}\, \sigma^3(x,z) = \frac{1}{3k^2}\left(\frac{5 \cdot \sqrt{2}\; F x \cdot z^{\frac{1}{2}}}{b\, h^{5/2}}\right)^3$$

$$U^* = 2b \int_0^{l} \int_0^{h/2} \lambda^* \, dz \, dx$$

$$U^* = \frac{25}{6} \frac{F^3 l^4}{k^2 b^2 h^5}$$

Průhyb na konci nosníku

$$\delta = \frac{\partial U^*}{\partial F} = \frac{25}{2} \frac{F^2 l^4}{k^2 b^2 h^5}$$