

Pád na pružnou podložku

Považujeme-li podložku za dokonale pružnou, můžeme si ji představit jako pružinu s tuhostí k . Dopadne-li na takovou pružinu těleso z výšky H , pokračuje v pohybu směrem dolů, dokud se působením síly v pružině nezastaví. Celková změna výšky tělesa v takovém okamžiku je rovna délce pádu H , zvětšené o změnu délky pružiny Δ . Této změně polohy odpovídá změna potenciální energie

$$\text{In[3]: } E_{\text{pot}} = m g (H + \Delta) ;$$

Tato energie je akumulovaná v pružině jako její deformační energie

$$\text{In[4]: } E_{\text{def}} = \frac{1}{2} F \Delta ;$$

Velikost Δ je ovšem dána jen silou F a tuhostí pružiny: $\Delta = \frac{F}{k}$.

Obě energie tedy porovnáme a za Δ dosadíme $\frac{F}{k}$.

$$\text{In[5]: } \text{rov} = (E_{\text{pot}} == E_{\text{def}}) /. \Delta \rightarrow \frac{F}{k}$$

$$\text{Out[5]: } g \left(H + \frac{F}{k} \right) m == \frac{F^2}{2 k}$$

Z této rovnice už snadno určíme velikost síly, která na pružinu (a podle zákona akce a reakce i na padající těleso) působí. Připomeňme ještě jednou, že se jedná o sílu v okamžiku, kdy padající těleso je právě zastaveno silou pružiny a pružina je tedy maximálně stlačená. I síla je tedy v takové chvíli maximální

$$\text{In[6]: } \text{Solve}[\text{rov}, F] // \text{Simplify}$$

$$\text{Out[6]: } \left\{ \left\{ F \rightarrow g m - \sqrt{g m (2 H k + g m)} \right\}, \left\{ F \rightarrow g m + \sqrt{g m (2 H k + g m)} \right\} \right\}$$

První řešení je záporné a odpovídá horní úvrati kmitající pružiny. Zajímá nás proto druhé řešení, které je kladné.

$$\text{In[7]: } F_{\text{max}} = F /. \text{Solve}[\text{rov}, F][[2]] // \text{Simplify}$$

$$\text{Out[7]: } g m + \sqrt{g m (2 H k + g m)}$$

Je zajímavé, jak nám tato síla vyjde, dosadíme-li za H hodnotu nula. Jedná tak o “pád z nulové výšky”, kdy těleso vůbec nepadá volným pádem a jenom poklesne, zatímco je celou dobu v kontaktu s pružinou

$$\text{In[8]: } F_{\text{max}} /. H \rightarrow 0 // \text{Simplify}$$

$$\text{Out[8]: } 2 g m$$

Maximální síla při “pádu z nulové výšky” je dvojnásobkem tíhy padajícího tělesa! Myslete na to, až si budete chtít poskočit ve výtahu!

**Velikost max. síly (vztažená k tíze tělesa)
v závislosti na délce volného pádu**

